2

Economia e organizzazione aziendale

Esercitazione 2

Esercizio 1

- La PPF si costruisce dalla composizione di funzioni secondo il metodo seguente:

- Stavolta la nostra X varia tra 0 e $[q_1(A)+q_2(A)]*T$, con $T = 12h$

- Sia $k(A)$ la quantità di bene A prodotta dalla Fusion delle due aziende.

Esercizio 1

- Siano:
  - x_1 = la frazione di tempo per produrre il bene A da parte dell'azienda 1
  - x_2 = la frazione di tempo per produrre il bene A da parte dell'azienda 2
  - y_1 = la frazione di tempo per produrre il bene B da parte dell'azienda 1
  - y_2 = la frazione di tempo per produrre il bene B da parte dell'azienda 2
- vincoli:
  - $k(A) = q_1(A)*x_1+q_2(A)*x_2=1* x_1 + (1/3) * x_2$
  - $x_1 + y_1 = 12$
  - $x_2 + y_2 = 12$

=> $k(B) = q_1(B)*(T-x_1)+q_2(B)*(T-x_2)=1/2 * (T – x_1) + 1/3 * (T – x_2)$

Esercizio 1

Determiniamo x_1:

$x_1 = k(A) – 1/3\, x_2$

$\Rightarrow k(B) = ½ * (T – k(A) + 1/3\, x_2) + 1/3 * (T – x_2) = (5/6) * T – k(A)/2 – x_2/6$

$\Rightarrow$ max k(B) si ha per min $x_2 = 0$

Ciò significa che l'Azienda 2 non produce A, ma questo vale solo in parte. Infatti: se si procedesse così si avrebbe una incongruenza in quanto, dato che $k(A) = 1* x_1 + (1/3) * x_2$, si avrebbe necessariamente $k(A) = x_1$, con $0 <= x_1 <=12$

Se volessimo una produzione k(A) = 13????

Esercizio 1

Determiniamo, quindi x_2:

- ⇒ $x_2 = 3 * k(A) - 3 * x_1$
- ⇒ $k(B) = ½ (T - x_1) + 1/3 (T - 3\,k(A) + 3\,x_1) = (5/6) * T + ½\,x_1 - k(A)$
- ⇒ max $k(B)$ si ha per max x_1

Esercizio 1

$k(A) = q_1(A)*x_1+q_2(A)*x_2=1* x_1 + (1/3) * x_2$

- Per $0 <= k(A) <= T$ $x_1 = k(A)$
- Per $T <= k(A) <= 4/3\ T$ $x_1 = T$

Partendo da **$k(B) = (5/6) * T + ½\ x_1 – k(A)$**

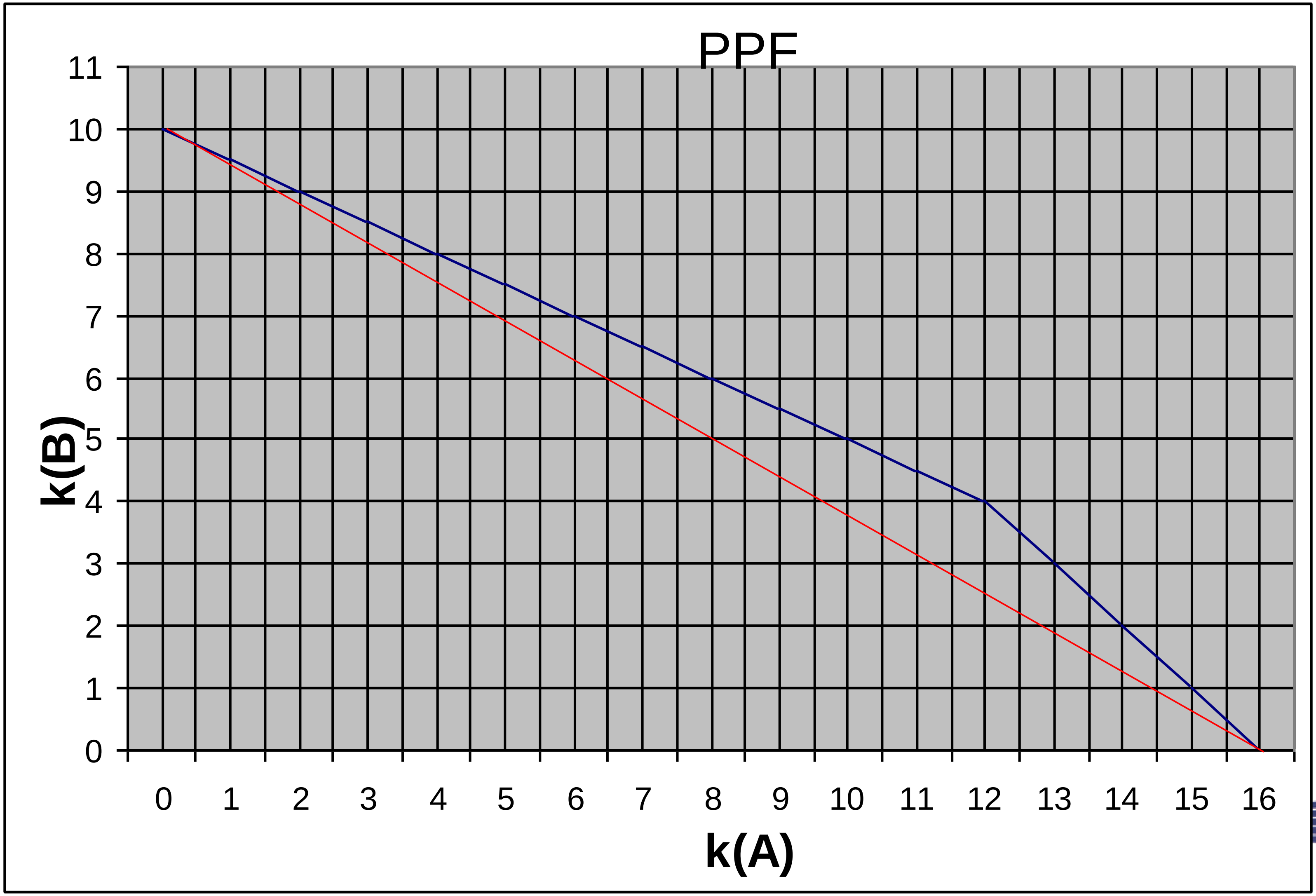
- Per $0 <= k(A) <= T$

⇒ $k(B) = (5/6) * T + ½\ k(A) – k(A) = 10 – ½\ k(A)$

⇒ Per $T <= k(A) <= 4/3\ T$

⇒ $k(B) = (5/6) * T + ½\ T – k(A) = 16 – k(A)$

Esercizio 1



Esercizio 1

Supponiamo che le singole aziende decidano di dimensionare le rispettive produzioni nel modo seguente:

- Azienda 1: $X_1 = 8$ unità/g => $f(X_1) = 2$ unità/g
- Azienda 2: $X_2 = 3$ unità/g => $f(X_2) = 1$ unità/g

Il Totale è: 11 unità/g del bene A e 3 unità/g del bene B

che equivale a:

$x_1 = X_1/Q_1\,(A) = 8/1 \qquad = 8$

$y_1 = Y_1/Q_1\,(B) = 2/(1/2) \qquad = 4$

$x_2 = X_2/Q_2(A) = 3/(1/3) \qquad = 9$

$y_2 = Y_2/Q_2(B) = 1/(1/3) \qquad = 3$

Esercizio 1

- Questi valori totali, però, non definiscono la massima possibilità produttiva, che si determina, invece, nel modo seguente:

- Si vuole **k(A)** = **11**

=> k(A) è compreso tra i valori:

$$0 <= k(A) <= 12$$

- pertanto x_1 è: $x_1 = k(A) = 11$

=> **f(k(A))** = k(B) = 10 – ½ * k(A) = 10 – 11/2 = **4,5**

Esercizio 1

- Vediamo a cosa corrisponde tutto questo:

$k(A) = 1 * x_1 + 1/3 * x_2 = 11 + 1/3\, x_2$

$\Rightarrow\ x_2 = (k(A) - 11) * 3 = 0$

$\Rightarrow\ y_2 = 12 - 0 = 12$

Infine abbiamo:

$X_1 = Q_1(A) * x_1 = 1 * 11 = 11$

$X_2 = Q_2(A) * x_2 = 1/3 * 0 = 0$

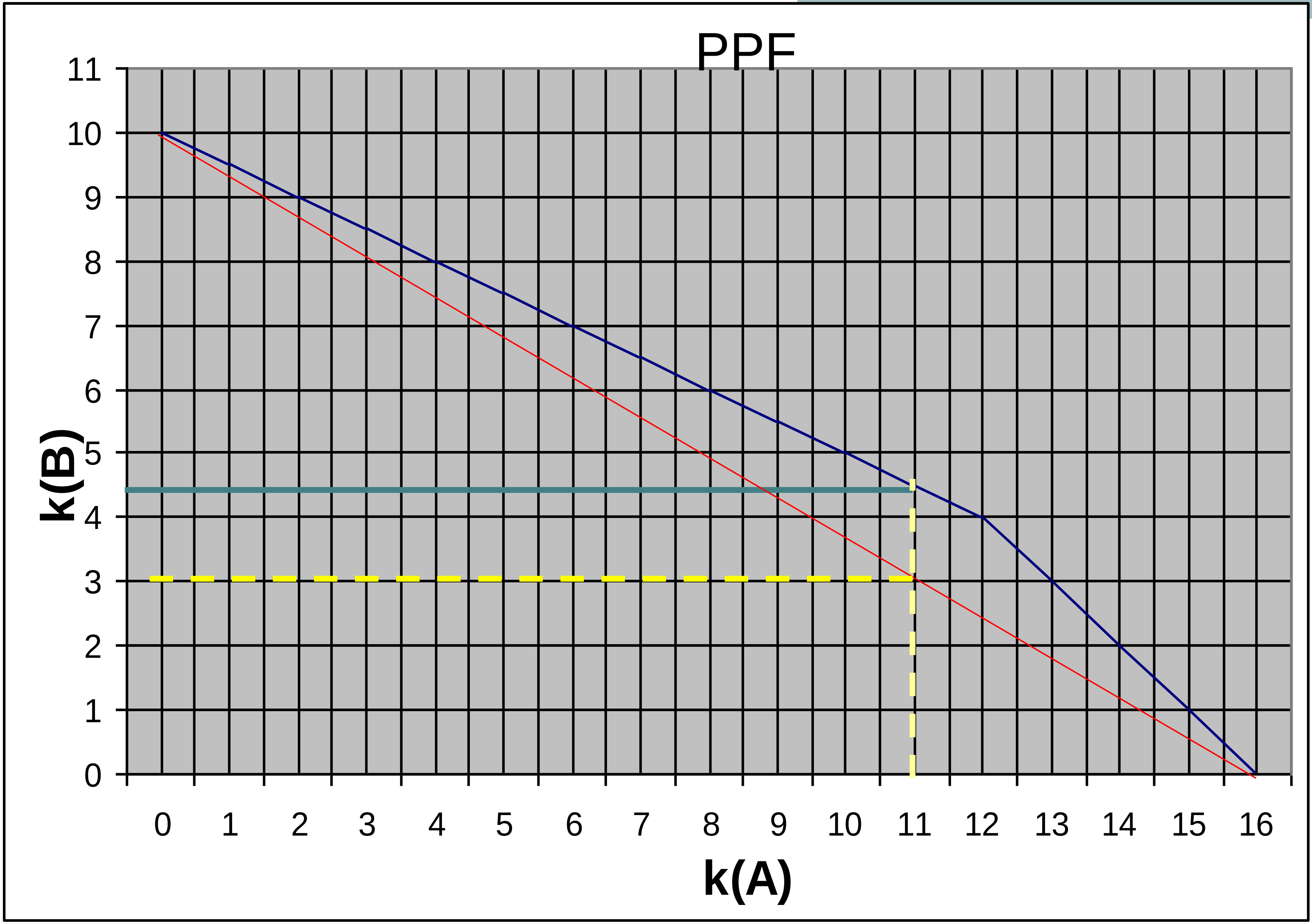
$Y_1 = Q_1(B) * y_1 = ½ * 1 = 1/2$

(poiché $x_1 = 11 \Rightarrow y_1 = 1$)

$Y_2 = Q_2(B) * y_2 = 1/3 * 12 = 4$

Il totale ci dà proprio: $\mathbf{k(A) = X_1 + X_2 = 11}$

e $\mathbf{k(B) = Y_1 + Y_2 = 4{,}5}$


PPF
k(B)
k(A)
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

Esercizio 1

- Consideriamo, ora, una situazione alternativa:

- Si vuole **<u>k(A)</u>** = **<u>13</u>**

=> k(A) è compreso tra i valori:

(T=) **12 <= k(A) <= 16** (4/3 * T)

- pertanto x_1 è: $x_1 = T = 12$ => $y_1 = 0$

=> **<u>f(k(A))</u>** = k(B) = 16 – k(A) = 16 – 13 = **3**

Esercizio 1

- Vediamo a cosa corrisponde tutto questo:

$k(A) = 1 * x_1 + 1/3 * x_2 = 12 + 1/3\, x_2$

$\Rightarrow \quad x_2 = (k(A) - 12\,) * 3 = 3$

$\Rightarrow \quad y_2 = 12 - 3 = 9$

Infine abbiamo:

$X_1 = Q_1\,(A) * x_1 = 1 * 12 \qquad = 12$

$X_2 = Q_2\,(A) * x_2 = 1/3 * 3 \qquad = 1$

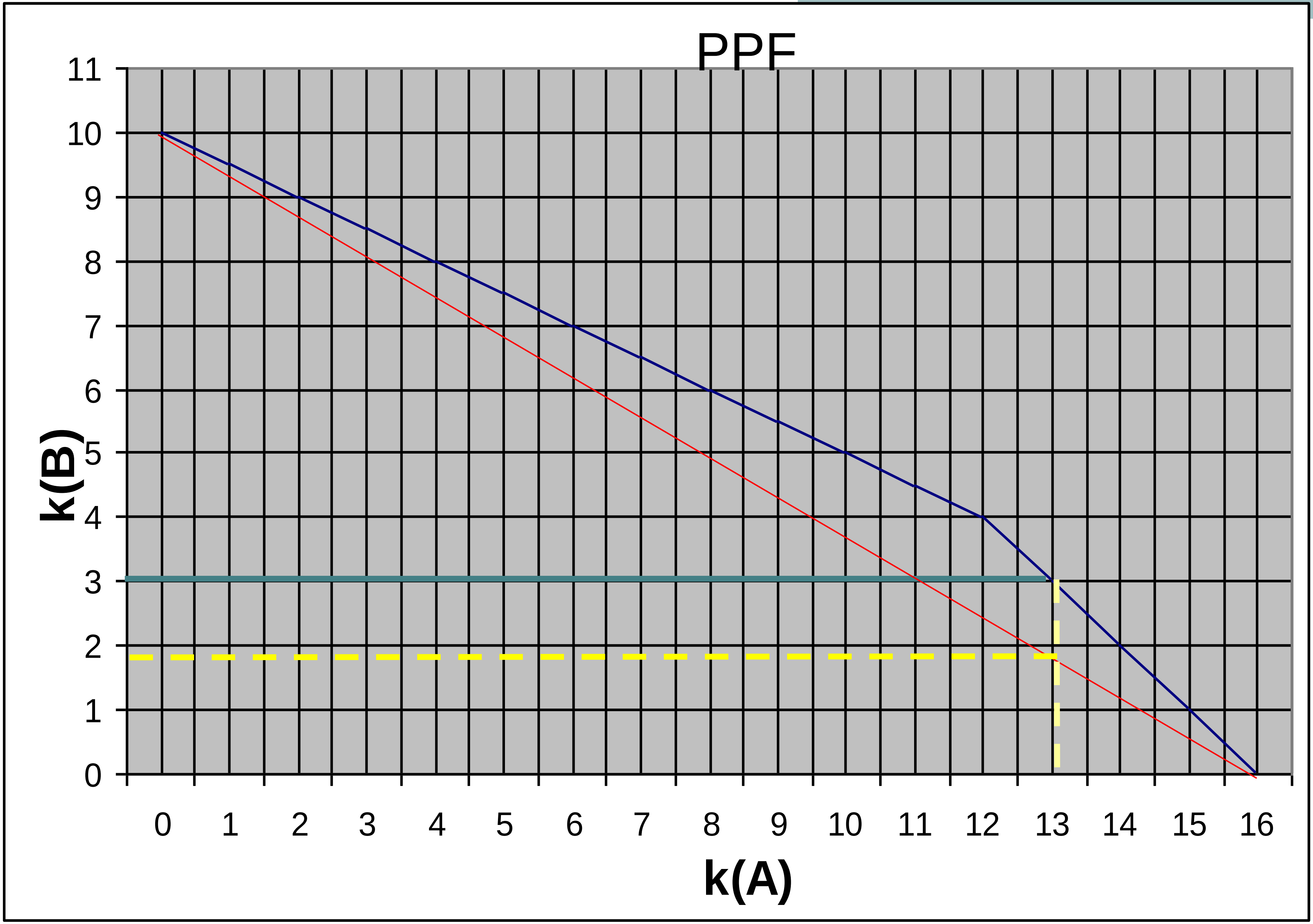
$Y_1 = Q_1\,(B) * y_1 = ½ * 0 \qquad = 0$

(poiché $x_1 = 12 \Rightarrow y_1 = 0$)

$Y_2 = Q_2\,(B) * y_2 = 1/3 * 9 \qquad = 3$

Il totale ci dà proprio: $\mathbf{k(A) = X_1 + X_2 \quad = 13}$

e $\qquad \mathbf{k(B) = Y_1 + Y_2 \quad = 3}$


PPF
k(B)
k(A)
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16

Esercizio 2
Utilità del Consumatore

- Tra il riso ed il pane, il signor Gino preferisce quello a più alto contenuto calorico. Il riso ha 3.500 Cal/Kg mentre il pane ha 2.500 Cal/Kg. Il prezzo del riso è *Pr=7,00* al kilo mentre il prezzo del pane è *Pp=2,50* al kilo. Il reddito è *R=40,00*.
- Determinare il consumo di pane e di riso da parte del signor Gino.

Utilità del Consumatore

- *Il signor Gino vuole massimizzare il contenuto calorico da ingerire dovendo scegliere tra due beni dai prezzi differenti ed avendo un reddito limitato.*
- *La funzione di utilità è pertanto:*

  max 3.500x+2.500y

  s.v.

  7,00x +2,50y= 40,00

  x,y>=0

Utilità del Consumatore

1. *metodo di sostituzione (grafico)*

   ricaviamo la y dal vincolo di bilancio:

   $y = (40{,}00/2{,}50)-(7/2{,}50)x=16-2{,}8x$

   e la sostituiamo nella funzione obiettivo:

   $\max_{0<x<=(40/7)} 3.500x+2.500^*(16-2{,}8x)=$

   $\max_{0<x<=(40/7)} 3.500x+40.000-7.000x =$

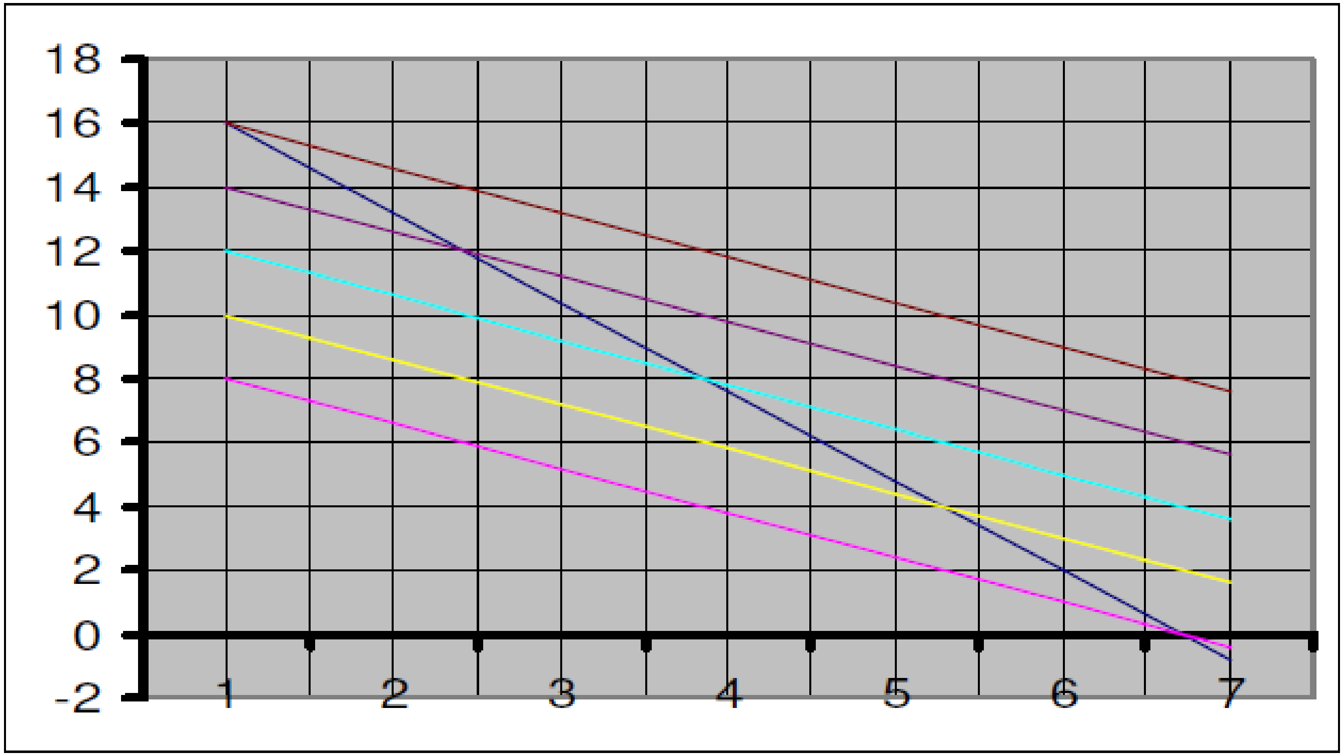
   $\max_{0<x<=(40/7)} 40.000- 3.500x =$

   $40.000|_{x=0}$

   da cui si ha la coppia (x,y)=(0 ; 16)

Utilità del Consumatore

- *In definitiva, il signor Gino acquisterà 16 Kg di pane per soddisfare i propri bisogni*



Esercizio 3
Scelte del Consumatore

- Maria consuma 100 unità di x e 50 unità di y. Il prezzo di x è 2 euro, il prezzo di y è 4 euro. Supponiamo che ci sia una variazione di prezzo, il prezzo di x aumenta da 2 euro a 3 euro.
- Di quanto dovrebbe aumentare il suo reddito per permetterle di continuare ad acquistare esattamente 100 unità di x e 50 di y?

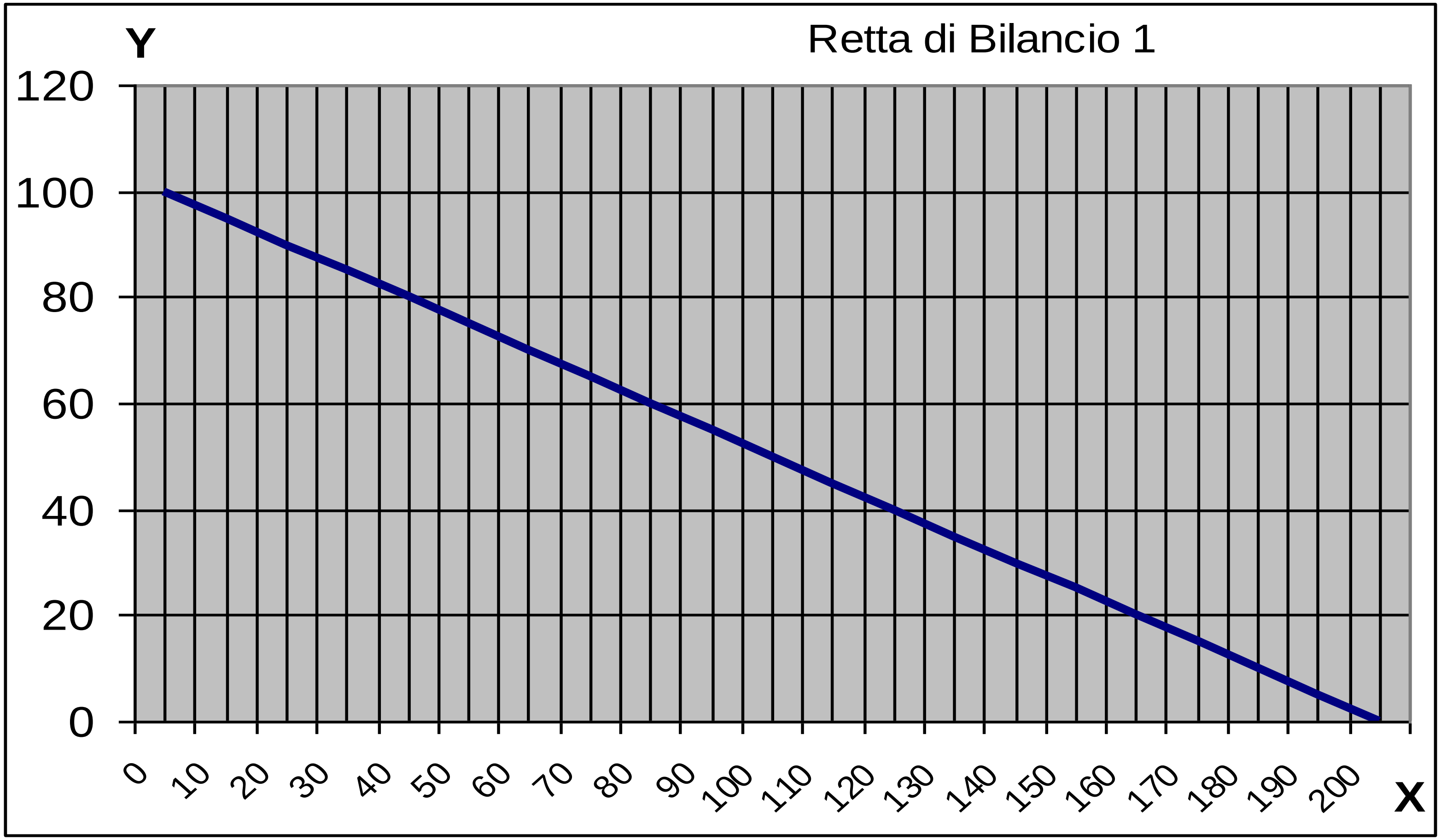
X=100 Y=50 *P_x=2 euro* *P_y=4 euro*

Dobbiamo ricavare il valore del reddito dalla retta di bilancio

*P_x*X+P_y*Y=R,* *quindi avremo* *2*X+4*Y=R*

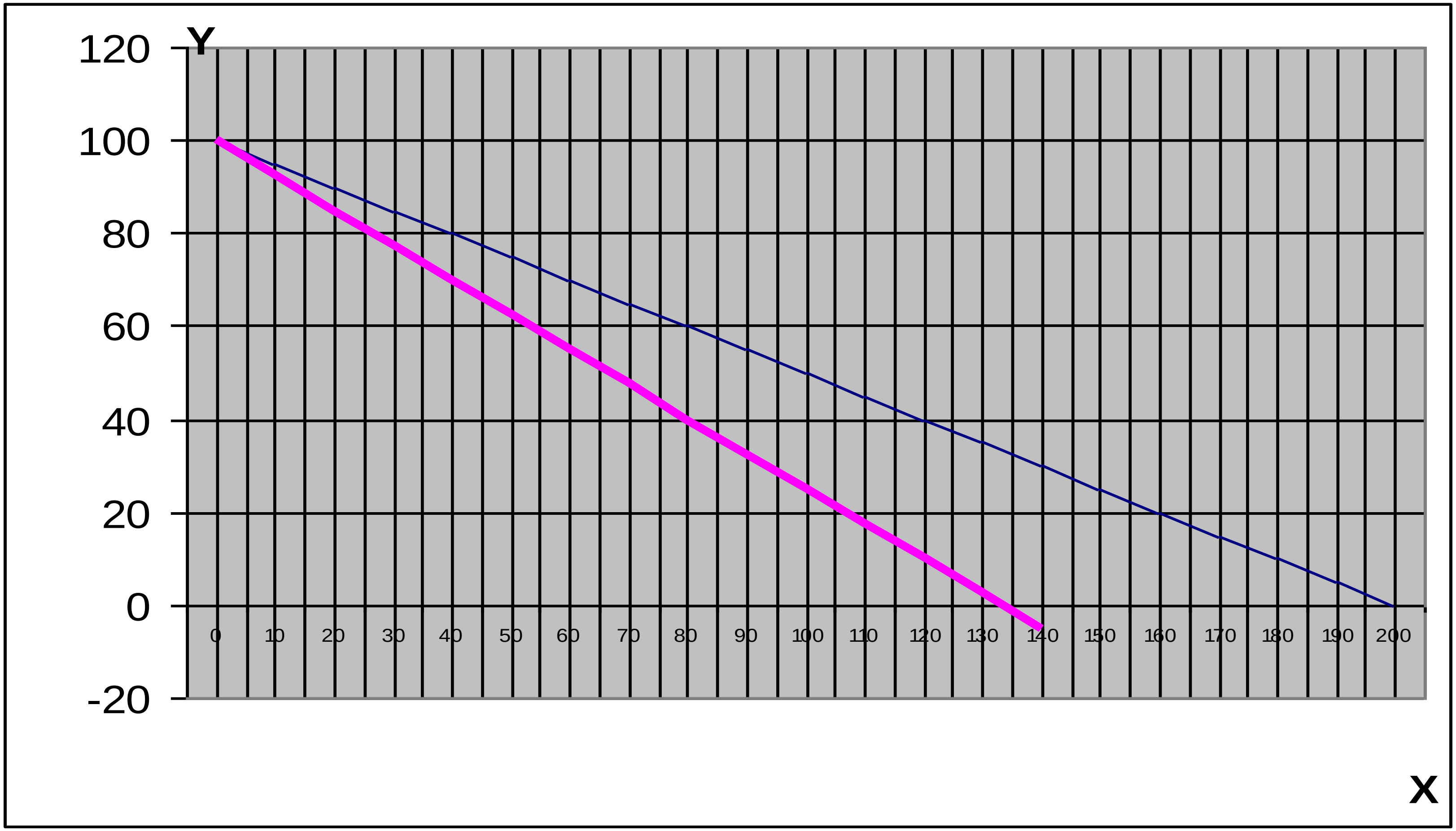
da cui ricaviamo *R=400.*

La retta di bilancio è dunque *2*X+4*Y=400*



Se il prezzo di x aumenta da 2 euro a 3 euro, la retta di bilancio ruota verso l'interno facendo perno sul punto $(R/P_y)=100$ dell'asse delle ordinate e diventa:

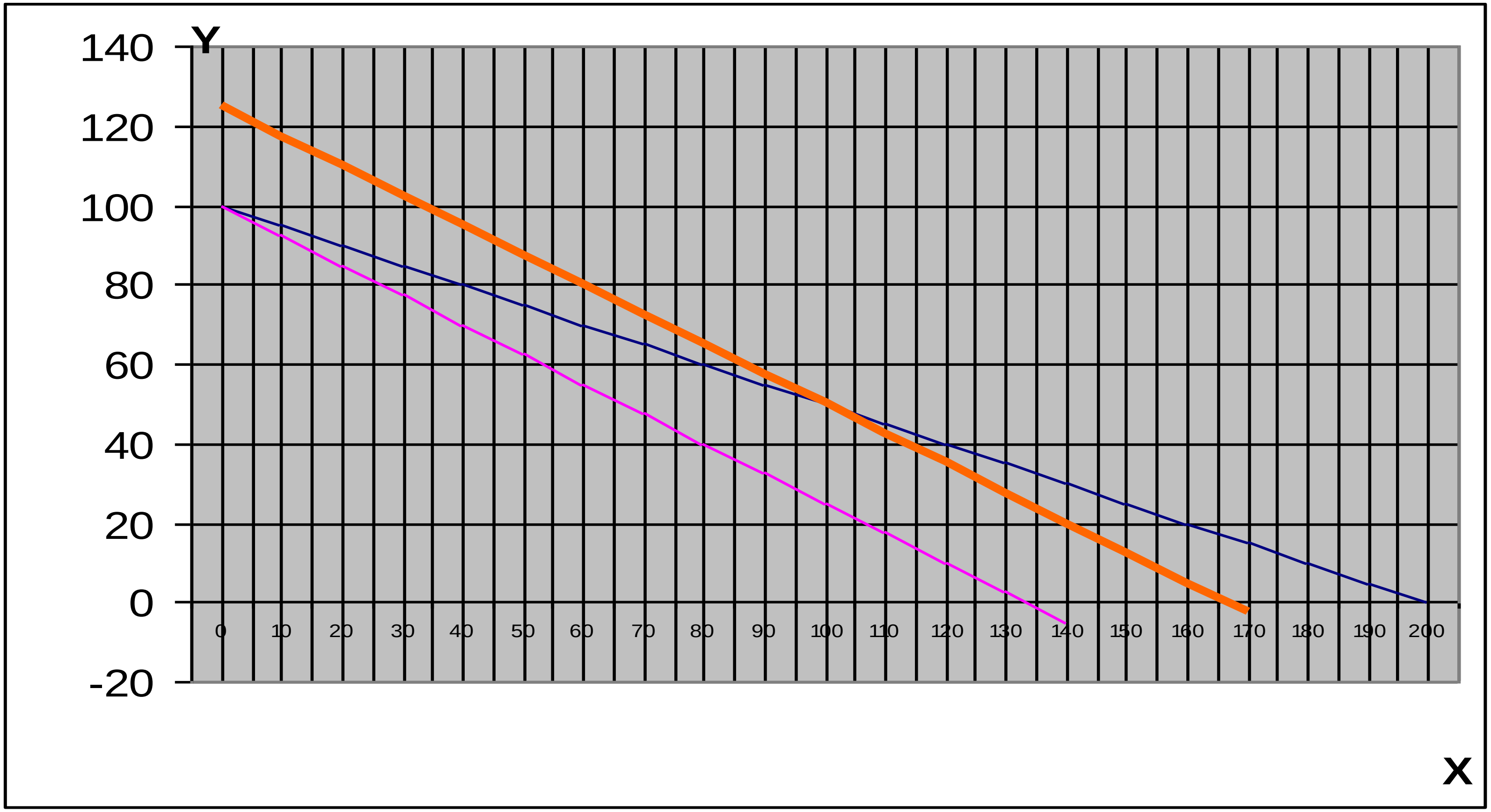
$$3*X+4*Y=400$$



*Per poter acquistare 100 unità di x e 50 di y a questi prezzi, bisogna avere un reddito pari a R' tale che: 3*100+4*50=R'*

da cui ricaviamo R'= 500

*La nuova retta di bilancio è ora una traslazione della seconda verso l'alto: 3*X+4*Y=500*



Esercizio 4

Sia R = 126 € il reddito di un consumatore.

Dati due beni, x e y, e i relativi prezzi P_x= 6 euro e P_y= 2 euro, disegnare il vincolo di bilancio.

Con una funzione di utilità pari a $U(x,y)= 2x\,y^2$, determinare la scelta ottima del consumatore, spiegando il procedimento adottato per pervenire alla soluzione.

Dare una rappresentazione grafica.

Possiamo rappresentare il vincolo di bilancio con una retta: $P_x*X+P_y*Y=R$

e sostituendo i valori dati abbiamo una prima equazione: $6x+2y=126$

Una seconda equazione è data dalla funzione di utilità.

Per determinare la scelta ottima del consumatore, occorre determinare il Saggio Marginale di Sostituzione, che è il rapporto delle utilità marginali dei due beni (questo rapporto rappresenta l'inclinazione della curva di indifferenza nel punto (x,y) e che soddisfa la funzione di utilità assegnata).

Calcoliamo le utilità marginali

$$U'_x = \frac{\partial U(x,y)}{\partial x} = \frac{\partial U(2xy^2)}{\partial x} = 2y^2$$

$$U'_y = \frac{\partial U(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial U(2xy^2)}{\partial y} = 4xy$$

Quindi il saggio marginale di sostituzione del bene x con il bene y è uguale al rapporto delle relative utilità marginali

$$SMS = -(U'x)/(U'y) = -\frac{2y^2}{4xy} = -\frac{y}{2x}$$

D'altro canto si ha che la soddisfazione è massima quando il SMS tra i beni è pari al rapporto dei relativi prezzi.

$$SMS = -\frac{P_x}{P_y} = -6/2 = -3$$

Uguagliando i due SMS trovati si ha $-\frac{y}{2x} = -3$
e semplificando otteniamo una seconda equazione: $y = 6x$

Risolvendo il sistema delle due equazioni in due incognite,

$$\begin{cases} 6x+2y=126 \\ y = 6x \end{cases}$$

si ricava:

$x=7$; $y=42$ che costituiscono le quantità del paniere ottimo.

Si può notare che la funzione di utilità per questo paniere è pari a: $U(7,42) = 2 \cdot 7 \cdot 42^2 = 24696$

Quindi la curva di indifferenza che contiene questo paniere, deve contenere tutti i panieri caratterizzati dallo stesso valore dell'utilità $U(x,y) = 24.696$

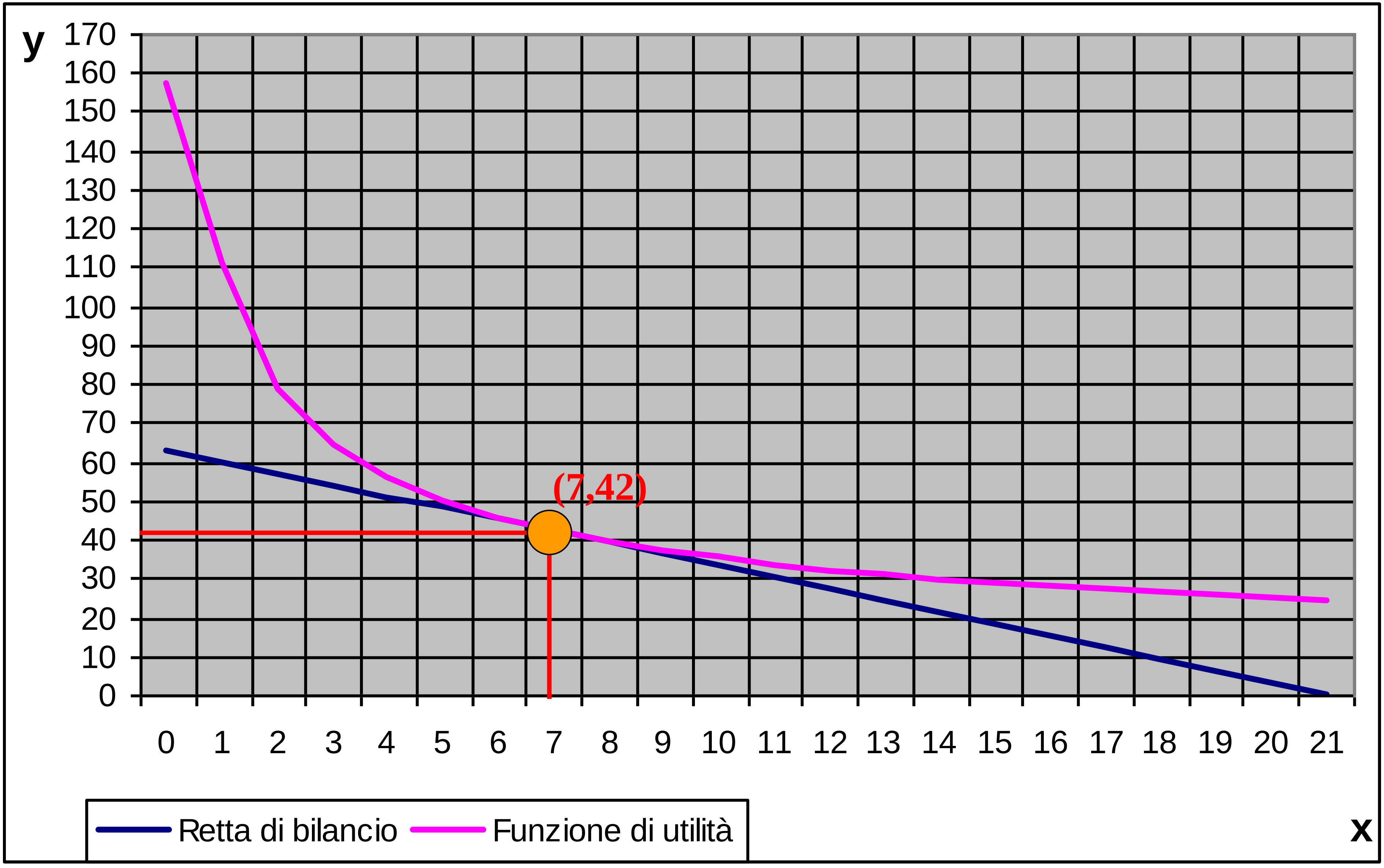
Possiamo agevolmente tracciare la curva di indifferenza facendoci una tabella di panieri che hanno la stessa utilità U = 24696, tali cioè per cui si ha:

$$x = \frac{24696}{2y^2}$$

y	*x*
1	*12.348*
2	*3.087*
20	*30,87*
42	*7*
100	*1,23*

Diamo ora una rappresentazione grafica del paniere ottimo, individuabile come punto di tangenza della curva di indifferenza U = 24.696 , con la retta di bilancio 6x+2y=126.

Soluzione 5



y
170
160
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
(7,42)
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
Retta di bilancio
Funzione di utilità
X